

航天科研机构 2019 年硕士研究生入学考试

自动控制原理试题

(本试题的答案必须全部写在答题纸上, 写在试题及草稿纸上无效)

(本试题共 4 页, 共 10 题, 总分 150 分)

一、(15 分) 考虑图 1 所示位于光滑水平面上的质量-弹簧-阻尼系统, 质量块受到外力 $F(t)$ 的作用, 其中 $x(t)$ 表示质量块的位移, 质量块的质量为 m , 线性弹簧的刚度为 K , 线性阻尼器的阻尼系数为 c , 且假定 $x=0$ 时弹簧弹力为零。试写出输入 F 到输出 x 的传递函数。

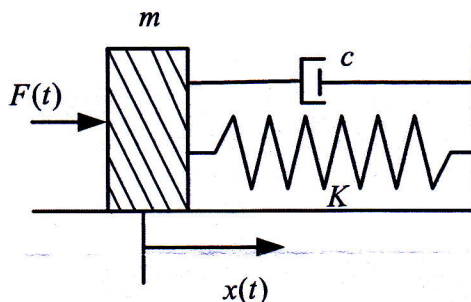


图 1. 质量-弹簧-阻尼系统

二、(15 分) 试求

(1) 函数 $y(t) = e^{-3t} + \sin(2t)$ 的拉氏变换;

(2) 函数 $Y(s) = \frac{e^{-\tau s}}{(s+1)(s+2)}$ 的拉氏逆变换, 其中 $\tau > 0$ 为常数。

三、(15 分) 某单位负反馈线性系统的开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+2)}$$

(1) 试画出闭环系统根轨迹的概略图;

(2) 确定使闭环系统稳定的增益 K 的取值范围。

四、(15 分) 某单位负反馈线性系统的开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{(s+1)(s+2)},$$

其中 $K \geq 2$ 。

- (1) 试画出开环传递函数的奈奎斯特曲线(幅相曲线);
- (2) 试判断闭环系统的稳定性。

五、(15 分) 考虑图 2 所示单位负反馈线性系统

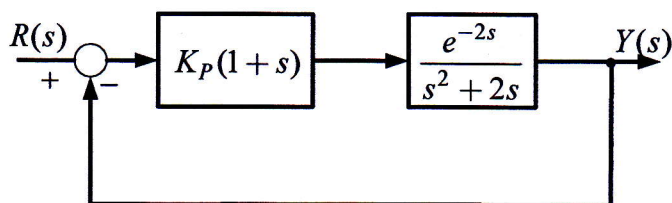


图 2. 系统的结构框图

- (1) 增益 K_P 应满足什么条件闭环系统稳定?
- (2) 计算闭环系统稳定时系统单位阶跃响应的稳态值。

六、(15 分) 考虑如图 3 所示的非线性系统，图中非线性环节的描述函数为

$$N(A) = \frac{4M}{\pi A}$$

其中， A 为输入正弦信号的幅值，常数 $M, \tau, c > 0$ 。试判定系统是否存在稳定的自振荡行为；如果存在，确定使系统处于自振荡状态的非线性环节的输入信号的幅值同常数 M, τ, c 的关系。

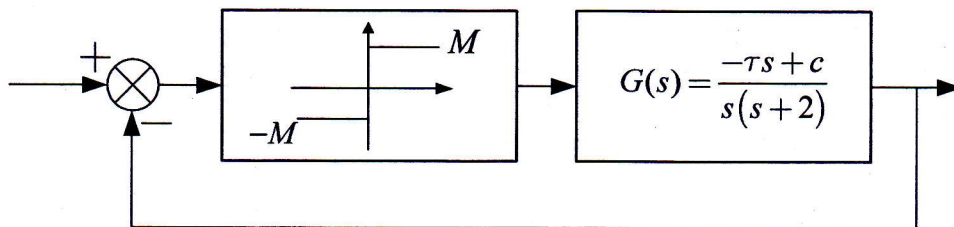


图 3. 非线性系统结构图

七、(15 分) 考虑图 4 所示系统

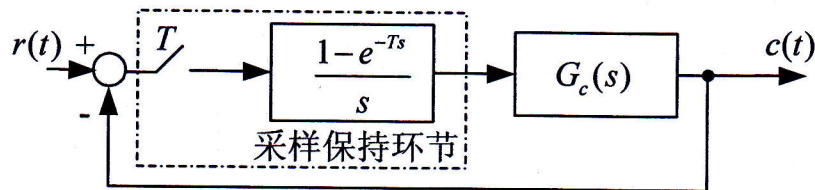


图 4. 离散系统框图

其中 $r(t)$ 为参考输入, $c(t)$ 为输出, 系统连续部分传递函数 $G_c(s) = \frac{5}{s+1}$,

$T = 0.1$ 秒为采样周期。

- (1) 试写出闭环系统的脉冲传递函数;
- (2) 试分析系统的稳定性;
- (3) $r(t) = 1(t)$ 时, 试写出系统的稳态误差。

(提示: Z 变换公式—— $Z\left[\frac{1}{s}\right] = \frac{z}{z-1}$; $Z\left[\frac{1}{s+1}\right] = \frac{z}{z-e^{-T}}$, $e^{-0.1} = 0.9048$)

八、(15 分) 系统状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t), \quad t \geq 0$$

其中 $\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$ 为系统状态, 且 $\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $u(t)$ 为输入。

- (1) 如果输出 $y = x_1$, 试写出系统输入 u 到输出 y 的传递函数;
- (2) 试写出系统的零输入时间响应;
- (3) 当 $u = 1(t)$ 时, 求状态方程的解。

九、(15 分) 考虑系统

$$\ddot{x} = -\dot{x}(\cos x)^2 - kx$$

其中 $k > 0$ 为常数。试采用李亚普诺夫第二方法 (直接法) 判断系统关于平衡点 $x = 0, \dot{x} = 0$ 的稳定性。

十、(15 分) 考虑系统

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, \\ y &= [1 \quad -2]x\end{aligned}$$

其中 x 为系统状态, y 为系统输出, u 为控制输入。

- (1) 试分析系统的能控性和能观性;
- (2) 设计状态反馈使得闭环系统极点位于 $[-1-3j, -1+3j]$;
- (3) 设计全维状态观测器使得闭环观测系统极点位于 $[-1, -1]$ 。